Rozkład materiału a wymagania podstawy programowej
dla III klasy czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum. Zakres rozszerzony

TEMAT	LICZBA GODZIN LEKCYJNYCH	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
WYRAŻENIA WYMIERNE		
Wyrażenia wymierne	3	**II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy. Uczeń: 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a+b)^2, (a-b)^2$, $a^2-b^2, (a+b)^3, (a-b)^3, a^3-b^3, a^n-b^n$; 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych; 4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$; 5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych; 6) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$; **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych; 3) korzysta ze wzorów na: $a^3 + b^3$, $(a+b)^n$ i $(a-b)^n$.
Równania wymierne	5	**III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy. Uczeń: 7) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$ gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej. **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż $\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$
Nierówności wymierne	4	**III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 1) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: $W(x) > 0, W(x) \geq 0, W(x) < 0, W(x) \leq 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania; 2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż $\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$
Przekształcanie wyrażeń algebraicznych	3	**VI.* Równania z jedną niewiadomą.** Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych(…) i fizycznych(…).
Hiperbola. Przesuwanie hiperboli	4	**V. Funkcje.** Zakres podstawowy. Uczeń: 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym; 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x-a),\ y = f(x) + b,\ y = -f(x),\ y = f(-x)$; 13) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
Funkcje wymierne	3	**V. Funkcje.** Zakres podstawowy. Uczeń: 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x-a),\ y = f(x) + b,\ y = -f(x),\ y = f(-x)$; 13) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem (…) **V. Funkcje.** Zakres rozszerzony. Uczeń:

		3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ jest monotoniczna w przedziale $(-\infty, -2)$.
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
CIĄGI		
Przykłady ciągów	2	**VI. Ciągi**. Zakres podstawowy. Uczeń 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; 2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie (…) 3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
Ciąg arytmetyczny	3	**VI. Ciągi**. Zakres podstawowy. Uczeń 2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie (…) 4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny; 5) stosuje wzór na *n*-ty wyraz (…) ciągu arytmetycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód: 6. Wzory na *n*-ty wyraz (…) ciągu arytmetycznego (…).
Suma wyrazów ciągu arytmetycznego	3	**VI. Ciągi**. Zakres podstawowy. Uczeń 5) stosuje wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód: 6. Wzory (…) sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (…)
Ciąg geometryczny	3	**VI. Ciągi**. Zakres podstawowy. Uczeń 2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie (…) 4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny; 6) stosuje wzór na *n*-ty wyraz (…) ciągu geometrycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód: 6. Wzory na *n*-ty wyraz (…) ciągu (…) geometrycznego.
Suma wyrazów ciągu geometrycznego	3	**VI. Ciągi**. Zakres podstawowy. Uczeń 6) stosuje wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód: 6. Wzory na *n*-ty wyraz i sumę *n* początkowych wyrazów ciągu (…) geometrycznego.
Procent prosty i procent składany	4	**VI. Ciągi**. Zakres podstawowy. Uczeń 5) stosuje wzór (…) na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; 6) stosuje wzór (…) na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.
Granice ciągów	2	**VI. Ciągi**. Zakres rozszerzony. Uczeń 1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;
Obliczanie granic	4	**VI. Ciągi**. Zakres rozszerzony. Uczeń

		1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;
Szereg geometryczny	3	**VI. Ciągi**. Zakres rozszerzony. Uczeń 2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
PODOBIEŃSTWO FIGUR		
Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa	3	**VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…);
Wielokąty podobne	3	**VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…); 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
Cechy podobieństwa trójkątów	2	**VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…); 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
Cechy podobieństwa trójkątów (cd.)	3	**VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…); 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód: 8. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym. Jeśli odcinek *CD* jest wysokością trójkąta prostokątnego *ABC* o kącie prostym *ACB*, to $\|AD\| \cdot \|BD\| = \|CD\|^2$, $\|AC\|^2 = \|AB\| \cdot \|AD\|$ oraz $\|BC\|^2 = \|AB\| \cdot \|BD\|$.
Pola figur podobnych	2	**VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa (…); 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE		
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	1	**VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy. Uczeń: 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; 2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora; 3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
Kąty o miarach dodatnich i ujemnych	1	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;
Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	2	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi	3	**VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy. Uczeń: 4) korzysta z wzorów $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1,\ tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$;
Wykres funkcji $y = \sin \alpha$	2	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus(…); 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
Wykres funkcji $y = \cos \alpha$	2	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (…) cosinus, (…); 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
Wykres funkcji $y = \mathrm{tg}\ \alpha$	2	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (…) tangens; 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
Wzory redukcyjne	3	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;

Powtórzenie i sprawdzian	2	
Miara łukowa kąta	2	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;
Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej	2	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie; 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
Funkcje o wzorach $y = \sin ax$, $y = a \sin x$...	3	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
Równania i nierówności trygonometryczne	5	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; 4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych; 6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładach: $4 \cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x +1$, $2 \sin^2 x \leq 1$.
Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów	3	**VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych; **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód: 4. Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów.
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
GEOMETRIA ANALITYCZNA		
Punkty i odcinki w układzie współrzędnych	3	**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń: 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; 7) wyznacza obrazy (…) wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych). **X*. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.** Uczeń: 4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;
Równanie prostej	3	**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń: 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje; 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);
Równanie prostej (cd.)	3	**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń: 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu); 5) oblicza odległość punktu od prostej;
Równanie okręgu	4	**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń: 4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$; **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 1) stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej; 2) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;
Interpretacja geometryczna układu równań	4	**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy. Uczeń:

		6) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej; **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzony. Uczeń: 2) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
STEREOMETRIA		
Wielościany i inne figury przestrzenne	4	**X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (…) oblicza miary tych kątów; 6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (…), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
Figury obrotowe i inne figury przestrzenne	4	**X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (…), oblicza miary tych kątów; 6) oblicza objętości i pola powierzchni (…) walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
Proste i płaszczyzny w przestrzeni	4	**X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się; 2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami; 3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów; 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów; **X. Stereometria**. Zakres rozszerzony. Uczeń: 1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych; **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony. Uczeń zna twierdzenie i jego dowód: 8. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny. Dane są proste k, l i m leżące na jednej płaszczyźnie. Jeśli proste k i l przecinają się i prosta n jest do nich prostopadła, to prosta n jest także prostopadła do prostej m. 9. Twierdzenie o trzech prostopadłych. Prosta k przecina płaszczyznę P i nie jest do niej prostopadła. Prosta l jest rzutem prostokątnym prostej k na płaszczyznę P. Prosta m leży na płaszczyźnie P. Wówczas proste k i m są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy proste l i m są prostopadłe.
Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów	4	**X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną; **X. Stereometria.** Zakres rozszerzony Uczeń: 2) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.
Bryły podobne	4	**X. Stereometria**. Zakres podstawowy. Uczeń: 7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.
Powtórzenie i praca klasowa	3	

***** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas VII-VIII
****** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas IV-VI
(…) Oznacza, że zapis z podstawy został skrócony – pominięte zostały te treści, które nie są realizowane przy danym zagadnieniu (zostały uwzględnione wcześniej, albo będą uzupełnione później)